



บัณฑิตแนะแนว

กว่า 20 ปีแห่งความเชื่อมั่นและศรัทธา

ใหม่ล่าสุด!

ตรงตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ของหลักสูตรใหม่
สำหรับ นักเรียนชั้น ม.3

ช่วงชั้นที่ **3**
(ระดับมัธยมศึกษา)

TOP



วิชา คณิตศาสตร์

- สรุปเนื้อหาแบบเจาะลึก ชัดเจน เข้าใจง่าย (ทั้งเทอมต้นและเทอมปลาย)
- ศึกษาทำความเข้าใจเนื้อหาของบทเรียนทุกเรื่องด้วยตัวเองอย่างได้ผล
- แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความรู้ ครอบคลุมทุกประเด็นพร้อมเฉลยละเอียด

เหมาะสำหรับ

นักเรียน ที่ต้องการทบทวนความรู้ด้วยตัวเองอย่างมีประสิทธิภาพเพื่อผลสอบที่ยอดเยี่ยม

ครู-อาจารย์ สำหรับใช้เป็นคู่มือประกอบการสอน ในแต่ละเรื่อง

เพื่อประสิทธิภาพสูงสุด และเสริมความเข้าใจในแต่ละเรื่องยิ่งขึ้น **ควรใช้ควบคู่กับหนังสือ "ชุด TEST"**





คำนำ

หนังสือ ชุด TOP เป็นหนังสือคู่มือเตรียมสอบแนวใหม่ เหมาะสำหรับนักเรียนที่ต้องการทบทวนเนื้อหาอย่างละเอียด เพื่อผลการสอบที่ยอดเยี่ยม และสำหรับครูอาจารย์ เพื่อใช้เป็นคู่มือประกอบการสอน ซึ่งได้จัดพิมพ์แยกวิชา-แยกชั้น ตามระดับการศึกษาของนักเรียน ดังนี้

- **TOP ระดับประถมต้น** (ชั้น ป.1, ป.2 และ ป.3) มีทั้งหมด 15 เล่ม (วิชาละ 1 เล่ม/ชั้น) โดยพิมพ์แยกเป็นชั้นละ 5 วิชา คือ คณิตศาสตร์, ภาษาไทย, สังคมศึกษา, วิทยาศาสตร์ และ ภาษาอังกฤษ

- **TOP ระดับประถมปลาย** (ชั้น ป.4, ป.5 และ ป.6) มีทั้งหมด 15 เล่ม (วิชาละ 1 เล่ม/ชั้น) โดยพิมพ์แยกเป็นชั้นละ 5 วิชา คือ คณิตศาสตร์, ภาษาไทย, สังคมศึกษา, วิทยาศาสตร์ และ ภาษาอังกฤษ

- **TOP ระดับมัธยมต้น** (ชั้น ม.1, ม.2 และ ม.3) มีทั้งหมด 15 เล่ม (วิชาละ 1 เล่ม/ชั้น) โดยพิมพ์แยกเป็นชั้นละ 5 วิชา คือ คณิตศาสตร์, ภาษาไทย, สังคมศึกษา, วิทยาศาสตร์ และ ภาษาอังกฤษ

- **TOP ระดับมัธยมปลาย** (ชั้น ม.4, ม.5 และ ม.6) มีทั้งหมด 26 เล่ม (วิชาละ 1 เล่ม/ชั้น) โดยพิมพ์แยกเป็นชั้นละ 9 วิชา คือ ภาษาไทย, ภาษาอังกฤษ, สังคมศึกษา, ฟิสิกส์, เคมี, ชีววิทยา, คณิตศาสตร์ 1, คณิตศาสตร์ 2 และ วิทยาการภาพชีวภาพ

หนังสือ TOP เล่มนี้ สำนักงานบัณฑิตแนะแนว ได้มอบให้ผู้เขียนทำการปรับปรุง, เพิ่มเติม และแก้ไขความผิดพลาดต่างๆ จากต้นฉบับเดิม ทั้งในส่วนของเนื้อหา, แบบฝึกหัด และเฉลย เพื่อให้มีความสมบูรณ์ตรงตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของกระทรวงศึกษาธิการ จึงหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือนี้จะอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนและครูอาจารย์มากพอควร และหากพบข้อบกพร่องประการใด โปรดแจ้งให้ทางสำนักงานทราบด้วย จักเป็นพระคุณยิ่ง

สำนักงานบัณฑิตแนะแนว

TOP ชั้น ม.3 วิชาคณิตศาสตร์

กองบรรณาธิการ : ไพจิตร ศุภพิมล สุตาภัทร ชัยชนะ ชัชชฎา รัตนจันทร์
รศพร ตั้งเหล่าวัฒนชัย ปรินทร์ เสนไสย์ เบญจมาศ อินธิยา

คอมพิวเตอร์ : เพียวร์ ชาวบ้านช่อง สุจิตตา ไชยจันลา สาริกา โกยรัมย์ อระสา อุ่นทรพันธุ์

ศิลปกรรม : บุญเลิศ จันทร์นาค ธีรยุทธ พงษ์ศิริรัตน์ ปรีดาวรรณ ชลชีพ

เจ้าของ : สำนักงานบัณฑิตแนะแนว

เลขที่ 1033/4 ถนนพหลโยธิน แขวงสามเสนใน เขตพญาไท กทม. 10400

โทรศัพท์ 02-2794808 และ 02-6195844 แฟกซ์ 02-6171820

พิมพ์ที่ : ห้างหุ้นส่วนจำกัดรุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์

เลขที่ 195/6 หมู่ 5 ซอยพุทธบูชา 44 แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กทม. 10140 โทรศัพท์ 02-8706301-3

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ พ.ศ. 2537 : ห้ามลอกเลียน คัดลอก จัดพิมพ์ หรือทำซ้ำ

ไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

สารบัญ

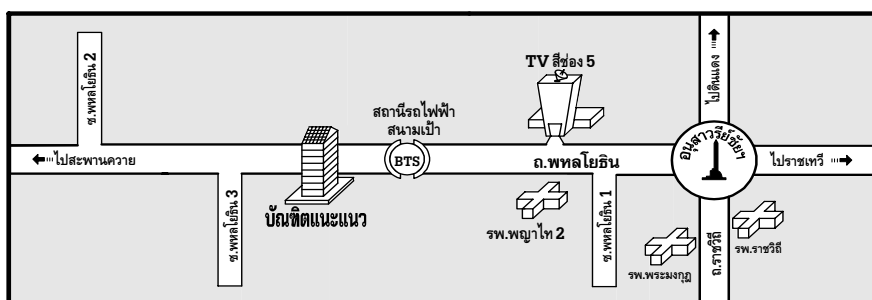
● สารและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	3
---	---

คณิตศาสตร์พื้นฐาน

◎ พื้นที่ผิว ปริมาตร และการประยุกต์ *	6
● กราฟ.....	23
◎ ระบบสมการเชิงเส้น.....	31
● ความคล้าย.....	41
◎ อสมการ.....	49
● ความน่าจะเป็น.....	56
◎ สถิติ.....	63
● ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์.....	80

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

◎ กรณที่ที่สอง.....	88
● การแยกตัวประกอบของพหุนาม.....	97
◎ สมการกำลังสอง.....	110
● พาราโบลา.....	121
◎ การประยุกต์เกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร *..... (ดูเพิ่มเติมในคณิตศาสตร์พื้นฐาน)	
● การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม.....	135
◎ ระบบสมการ.....	147
● วงกลม.....	156
◎ เศษส่วนของพหุนาม.....	170
● เฉลย.....	178



สำนักงานบัณฑิตแนะแนว 1033/4 ถ.พหลโยธิน สามเสนใน พญาไท กทม. 10400

Website : www.bunditnaeaw.com แฟกซ์อัตโนมัติ 02-6171820 และ 02-2796611

ฝ่ายประชาสัมพันธ์ โทรศัพท์ 02-2794808 เปิดทำการทุกวัน (จันทร์-อาทิตย์) เวลา 08.00-17.00 น.

ฝ่ายประสานงานโรงเรียน-ร้านค้า โทรศัพท์ 02-2794433 เฉพาะวันจันทร์-วันศุกร์ เวลา 08.00-17.00 น.

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3)

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการ
- มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

- มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้
- มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้
- มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้
- มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้



สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. ๒๕๕๑

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

สาระที่ ๑ : จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค ๑.๑ : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค ๑.๒ : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค ๑.๓ : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค ๑.๔ : เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ ๒ : การวัด

- มาตรฐาน ค ๒.๑ : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค ๒.๒ : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ ๓ : เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค ๓.๑ : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค ๓.๒ : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ ๔ : พีชคณิต

- มาตรฐาน ค ๔.๑ : เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค ๔.๒ : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ ๕ : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค ๕.๑ : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค ๕.๒ : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค ๕.๓ : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ ๖ : ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

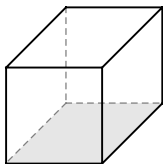
- มาตรฐาน ค ๖.๑ : มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



พื้นที่ผิว ปริมาตร และการประยุกต์

1. ความหมายและชนิดของรูปเรขาคณิต 3 มิติ

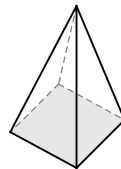
รูปเรขาคณิต 3 มิติ หรือ รูปทรงเรขาคณิต คือ รูปทรงที่มองเห็นทั้งส่วนที่เป็นพื้นผิว ส่วนหนา ส่วนสูง หรือ ส่วนลึก จึงมีลักษณะ 3 มิติ เช่น



ปริซึมสี่เหลี่ยมหรือ
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก



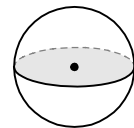
ทรงกระบอก



พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม



กรวย

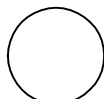


ทรงกลม

รูปเรขาคณิต 2 มิติ เป็นพื้นผิวหน้าด้านใดด้านหนึ่งของรูปทรงเรขาคณิต จึงมีลักษณะแบนราบ แบบ 2 มิติ ไม่มีความหนาหรือความลึก เช่น



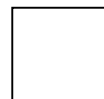
วงรี



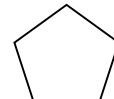
วงกลม



สามเหลี่ยม



สี่เหลี่ยม

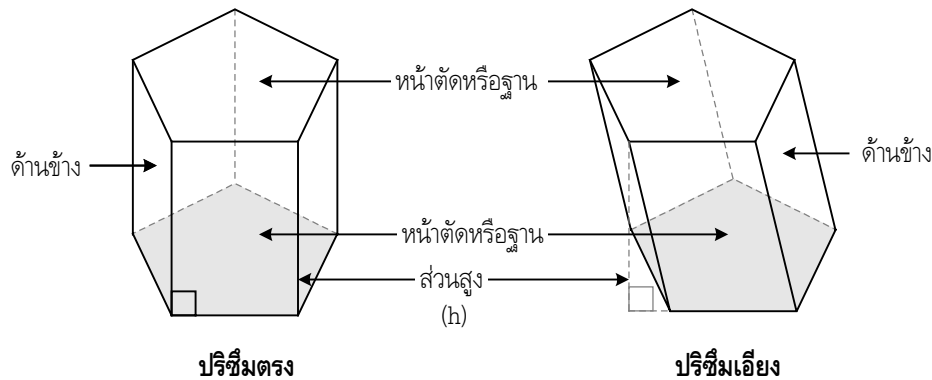


ห้าเหลี่ยม

2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

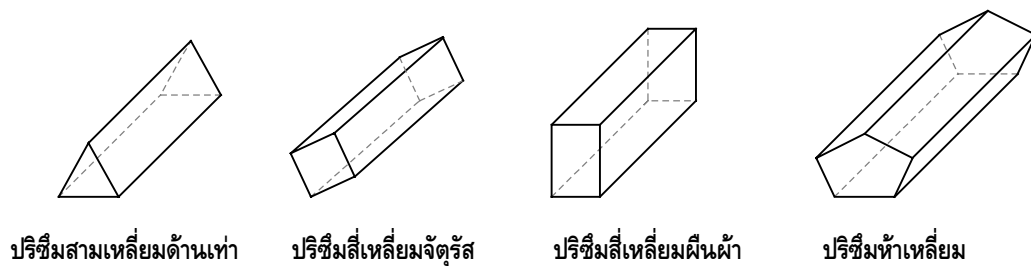
รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า **ปริซึม**

ส่วนต่างๆ ของปริซึมมีชื่อเรียกดังนี้

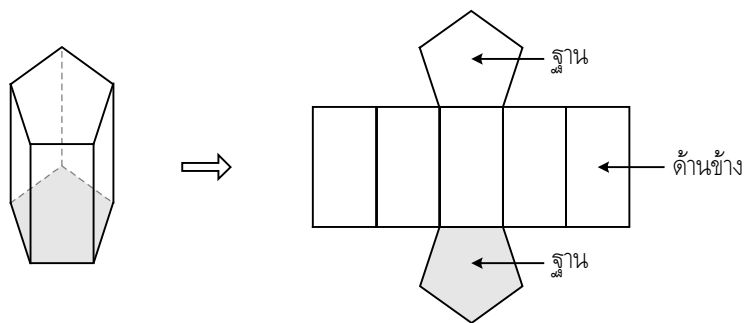


เมื่อไม่มีการกล่าวถึงเป็นอย่างอื่น เรื่องของปริซึมในบทเรียนจะเน้นเฉพาะปริซึมตรงที่มีด้านข้างตั้งฉากกับฐานเท่านั้น

เราเรียกชื่อปริซึมชนิดต่างๆ ตามลักษณะของฐานของปริซึม ดังตัวอย่าง



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐานทั้งสอง} + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ \text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \end{aligned}$$



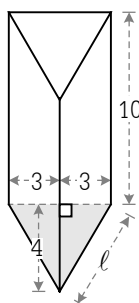


ตัวอย่างที่ 1 ปริซึมแท่งหนึ่งหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีฐานยาว 6 เซนติเมตร สูง 4 เซนติเมตร ถ้าปริซึมแท่งนี้สูง 10 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวและปริมาตรเท่าใด

วิธีทำ

จากทฤษฎีพีทาโกรัส

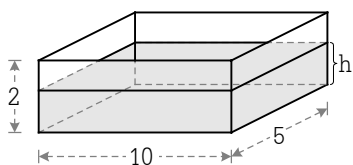
$$l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ ซม.}$$



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิว} &= \text{พื้นที่ฐานทั้งสอง} + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ &= 2\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4\right) + [(5 \times 10) + (5 \times 10) + (6 \times 10)] \\ &= 184 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{ปริมาตร} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4\right) \times 10 \\ &= 120 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 บ่อเลี้ยงปลาที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 เมตร ยาว 10 เมตร ลึก 2 เมตร ถ้าบ่อนี้มีน้ำบรรจุอยู่ 80 ลูกบาศก์เมตร อยากทราบว่าระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าขอบบนของบ่อเท่าใด

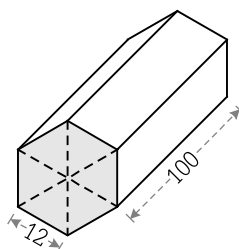
วิธีทำ



$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรน้ำในบ่อ} &= 80 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\ 5 \times 10 \times h &= 80 \\ h &= \frac{80}{5 \times 10} = 1.6 \text{ เมตร} \\ \therefore \text{ระดับน้ำต่ำกว่าขอบบ่อ} &= 2 - 1.6 = 0.4 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 แท่งไม้ยาวสม่ำเสมอ 100 เซนติเมตร มีฐานเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ายาวด้านละ 12 เซนติเมตร ถ้าต้องการทาสีโดยรอบจะต้องเสียค่าจ้างเท่าใด (ค่าจ้างทาสีตารางเมตรละ 100 บาท)

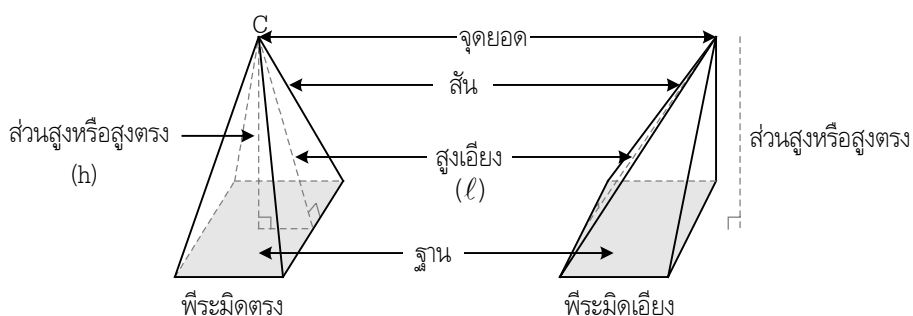
วิธีทำ



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐานหัว-ท้าย} &= 2 \times \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า 6 รูป} \\ &= 2 \times \left[6 \times (12)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right] \\ &\approx 748.25 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวด้านข้าง 6 ด้าน} &= 6 \times (12 \times 100) \\ &= 7,200 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 748.25 + 7,200 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ &= \frac{7,948.25}{100 \times 100} \\ &\approx 0.794825 \text{ ตารางเมตร} \\ \therefore \text{ค่าจ้างทาสี} &\approx 100 \times 0.794825 \\ &\approx 79.48 \text{ บาท} \end{aligned}$$

3. พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด

รูปเรขาคณิตสามมิติที่ฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น เรียกว่า **พีระมิด**

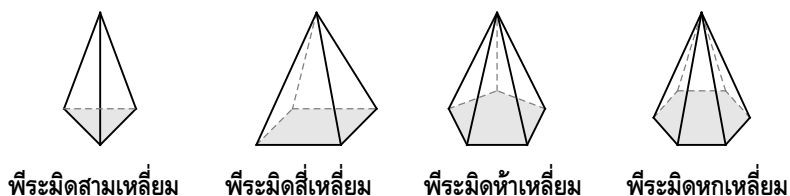


พีระมิดที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ถ้าลากเส้นจากจุดยอดมาตั้งฉากกับฐานแล้วปรากฏว่า

- จุดที่ตั้งฉากกับฐานอยู่ห่างจากมุมที่ฐานเป็นระยะเท่ากัน เรียกพีระมิดนี้ว่า **พีระมิดตรง**
- จุดที่ตั้งฉากกับฐานอยู่ห่างจากมุมที่ฐานเป็นระยะไม่เท่ากัน เรียกพีระมิดนี้ว่า **พีระมิดเอียง**

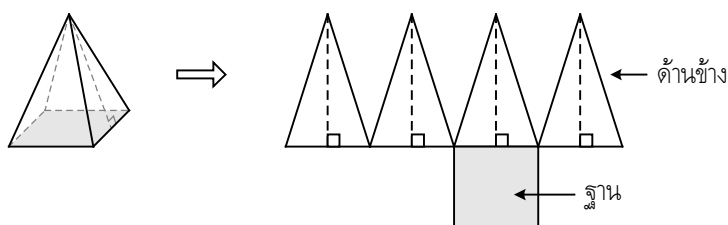
เมื่อไม่มีการกล่าวถึงเป็นอย่างอื่น เรื่องของพีระมิดในบทเรียนจะเน้นเฉพาะ**พีระมิดตรง** ซึ่งเป็นพีระมิดที่มีเส้นยาวเท่ากันทุกเส้น

เราเรียกชื่อพีระมิดชนิดต่างๆ ตามลักษณะของฐานของพีระมิด ดังตัวอย่าง



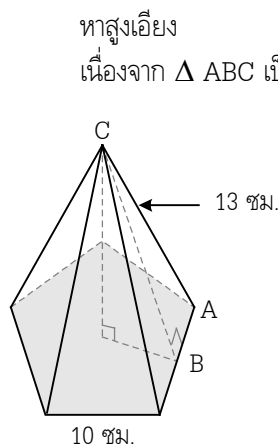
พื้นที่ผิวหน้าทุกหน้าของพีระมิดรวมกัน เรียกว่า **พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด**

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวของพีระมิด} &= \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ \text{ปริมาตรของพีระมิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูงตรง} \end{aligned}$$



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าซึ่งยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ล้นพีระมิดยาว 13 เซนติเมตร

วิธีทำ



หาสูงเอียง

เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$13^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25$$

$$= 144$$

$$BC = \sqrt{144}$$

$$= 12 \text{ เซนติเมตร}$$

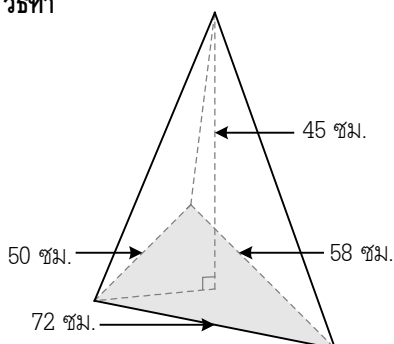
ทำให้ได้สูงเอียงเป็น 12 เซนติเมตร

เนื่องจากพีระมิดฐานห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีผิวข้างห้าหน้า แต่ละหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีพื้นที่เท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= 5 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{สูงเอียง} \right) \\ &= 5 \times \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 12 \right) \\ &= 300 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 พีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 50, 58 และ 72 เซนติเมตร จะมีปริมาตรเท่าใด ถ้าพีระมิดสูง 45 เซนติเมตร

วิธีทำ



$$\text{พื้นที่ฐานของพีระมิด} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{เมื่อ } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$= \frac{72+58+50}{2} = 90$$

$$\therefore \text{พื้นที่ฐานของพีระมิด} = \sqrt{90(90-72)(90-58)(90-50)}$$

$$= 1,440 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

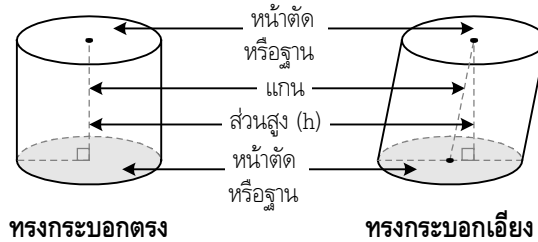
$$\therefore \text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูงตรง}$$

$$= \frac{1}{3} \times 1,440 \times 45$$

$$\therefore \text{ปริมาตรของพีระมิด} = 21,600 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

4. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก

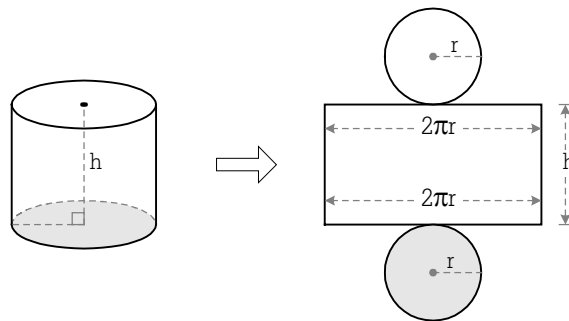
รูปเรขาคณิตสามมิติใดที่มีฐานสองฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้รอยตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียก รูปเรขาคณิตสามมิตินี้ว่า **ทรงกระบอก**



เมื่อไม่มีการกล่าวถึงเป็นอย่างอื่น เรื่องของทรงกระบอกในบทเรียนจะเป็นเฉพาะทรงกระบอกตรงซึ่งเป็นทรงกระบอกที่มีแกนและส่วนสูงยาวเท่ากัน

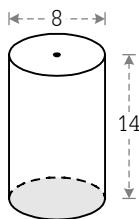
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} &= \text{พื้นที่ฐานทั้งสอง} + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

เมื่อ r แทนรัศมีของฐานของทรงกระบอก
 h แทนความสูงของทรงกระบอก



ตัวอย่างที่ 6 แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 8 เซนติเมตร แก้วน้ำลึก 14 เซนติเมตร แก้วน้ำใบนี้จุน้ำได้เท่าใด

วิธีทำ



$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \pi r^2 h \\ &\approx \frac{22}{7} \times 4^2 \times 14 \\ &\approx 704 \end{aligned}$$

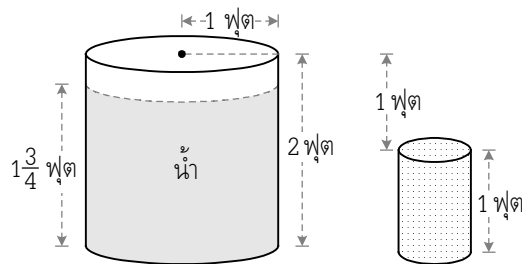
$\therefore$ แก้วน้ำใบนี้จุน้ำได้ประมาณ 704 ลูกบาศก์เซนติเมตร



ตัวอย่างที่ 7 ถังทรงกระบอกสูง 2 ฟุต รัศมียาว 1 ฟุต มีน้ำอยู่ในถัง ระดับน้ำในถังสูง $1\frac{3}{4}$ ฟุต จากก้นถัง เมื่อนำทรงกระบอกตันซึ่งต่ำกว่าถัง 1 ฟุต แหงหนึ่งหย่อนลงในถังทำให้ระดับน้ำในถังสูงขึ้นจนเต็มถังพอดี จงหา

1. ปริมาตรของน้ำที่เพิ่มขึ้น
2. รัศมีของทรงกระบอกตันที่หย่อนลงไปในถัง

วิธีทำ



1. หาปริมาตรของน้ำที่เพิ่มขึ้น

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของน้ำเต็มถัง} &= \pi r^2 h \\ &\approx \frac{22}{7} \times 1 \times 1 \times 2 \\ &\approx \frac{44}{7} \text{ ลูกบาศก์ฟุต}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของน้ำในถัง} &= \pi r^2 h \\ &\approx \frac{22}{7} \times 1 \times 1 \times \frac{7}{4} \\ &\approx \frac{22}{4} \text{ ลูกบาศก์ฟุต}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ปริมาตรของน้ำที่เพิ่มขึ้น} &\approx \frac{44}{7} - \frac{22}{4} \\ &\approx \frac{176 - 154}{28} \approx \frac{22}{28} \\ &\approx \frac{11}{14} \text{ ลูกบาศก์ฟุต}\end{aligned}$$

2. หารัศมีของทรงกระบอกตัน

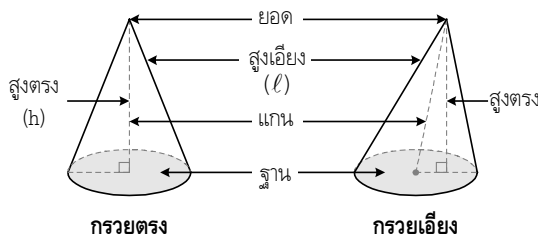
ปริมาตรของทรงกระบอกตันที่ใส่ลงไปในน้ำจะเท่ากับปริมาตรของน้ำที่เพิ่มขึ้น

$$\begin{aligned}\therefore \text{ปริมาตรของทรงกระบอกตัน} &= \pi r^2 h \\ \frac{11}{14} &\approx \frac{22}{7} \times r^2 \times 1 \\ r^2 &\approx \frac{11}{14} \times \frac{7}{22} \approx \frac{1}{4} \\ r &\approx \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{รัศมีของทรงกระบอกตัน} \approx \frac{1}{2} \text{ ฟุต}$$

5. พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย

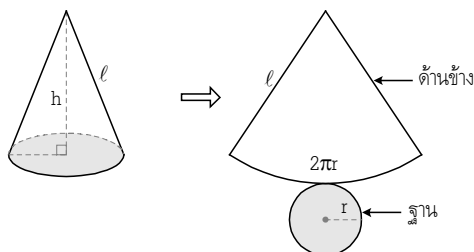
รูปเรขาคณิตสามมิติใดที่มีฐานเป็นรูปวงกลมมียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอด และจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรง เรียกรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ว่า **กรวย**



เมื่อไม่มีการกล่าวถึงเป็นอย่างอื่น เรืองของกรวยในบทเรียนจะเน้นเฉพาะกรวยตรง ซึ่งเป็นกรวยที่มีส่วนสูงตั้งฉากกับฐานที่จุดศูนย์กลางของฐาน และสูงเอียงยาวเท่ากันหมด

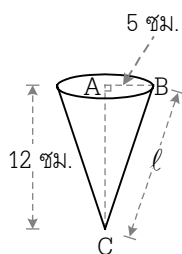
$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวของกรวย} &= \text{พื้นที่ผิวข้างของกรวย} + \text{พื้นที่ฐาน} \\ &= \pi r l + \pi r^2 \\ \text{ปริมาตรของกรวย} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h\end{aligned}$$

เมื่อ r แทนรัศมีของฐานกรวย
 l แทนความยาวของสูงเอียงของกรวย
 h แทนความสูงของกรวย



ตัวอย่างที่ 8 จะต้องใช้กระดาษกี่ตารางเซนติเมตรในการทำถ้วยกระดาษรูปกรวยสำหรับตีม้น้ำ รัศมีปากถ้วย 5 เซนติเมตร สูง 12 เซนติเมตร (ไม่คิดรอยต่อ)

วิธีทำ



$$\begin{aligned}\text{หาสูงเอียง} \quad BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 = 169 \\ BC &= \sqrt{169} \\ &= 13\end{aligned}$$

ทำให้ได้สูงเอียงเป็น $l = 13$ เซนติเมตร

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวข้างของกรวย} = \pi r l$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{จะต้องใช้กระดาษในการทำถ้วยกระดาษ} &\approx \frac{22}{7} \times 5 \times 13 \\ &\approx 204.3 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

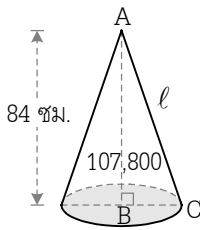


ตัวอย่างที่ 9 กรวยตรงอันหนึ่งมีปริมาตร 107,800 ลูกบาศก์นิ้ว สูง 84 นิ้ว จงหา

1. พื้นฐานของกรวย
2. สูงเอียง

วิธีทำ

1. หาพื้นที่ฐานของกรวย



$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ปริมาตรของกรวย} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
 107,800 &\approx \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 84 \\
 r^2 &\approx \frac{107,800 \times 3 \times 7}{22 \times 84} \\
 &\approx 1,225 \\
 r &\approx \sqrt{1,225} \\
 &\approx 35 \\
 \therefore \text{พื้นที่วงกลม} &= \pi r^2 \\
 &\approx \frac{22}{7} \times 35 \times 35 \\
 &\approx 3,850 \\
 \therefore \text{พื้นที่ฐานของกรวย} &\approx 3,850 \text{ ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

2. หาสูงเอียงของกรวย

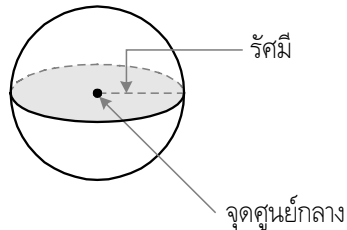
ให้ l เป็นสูงเอียงของกรวย

$$\begin{aligned}
 AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\
 l^2 &= 84^2 + 35^2 \\
 &= 7,056 + 1,225 \\
 &= 8,281 \\
 l &= \sqrt{8,281} \\
 &= 91 \\
 \therefore \text{สูงเอียงของกรวย} &= 91 \text{ นิ้ว}
 \end{aligned}$$



6. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบและจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน เรียกว่า **ทรงกลม**



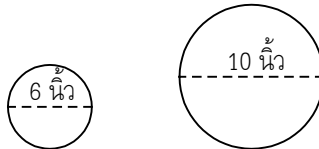
จุดคงที่นั้น เรียกว่า **จุดศูนย์กลางของทรงกลม**
ระยะที่เท่ากันนั้น เรียกว่า **รัศมีของทรงกลม**

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวของทรงกลม} &= 4\pi r^2 \\ \text{ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{4}{3}\pi r^3\end{aligned}$$

เมื่อ r แทนรัศมีของทรงกลม

ตัวอย่างที่ 10 ลูกฟุตบอลสองลูกมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 นิ้ว และ 10 นิ้ว ตามลำดับ อัตราส่วนของพื้นที่ผิวของลูกบอลลูกเล็กต่อพื้นที่ผิวของลูกฟุตบอลลูกใหญ่เป็นเท่าใด

วิธีทำ



$$\therefore \text{พื้นที่ผิวของทรงกลม} = 4\pi r^2$$

$$\begin{aligned}\frac{\text{พื้นที่ผิวของลูกฟุตบอลลูกเล็ก}}{\text{พื้นที่ผิวของลูกฟุตบอลลูกใหญ่}} &= \frac{4 \times \pi \times \frac{6}{2} \times \frac{6}{2}}{4 \times \pi \times \frac{10}{2} \times \frac{10}{2}} \\ &= \frac{9}{25}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 11 วัตถุทรงกลมมีปริมาตร 38,808 ลูกบาศก์นิ้ว จงหาพื้นที่ผิว

วิธีทำ

$$\therefore \text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$38,808 \approx \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$r^3 \approx \frac{38,808 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$$

$$\approx 9,261$$

$$r \approx 21 \text{ นิ้ว}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวของทรงกลม} = 4\pi r^2$$

$$\approx 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

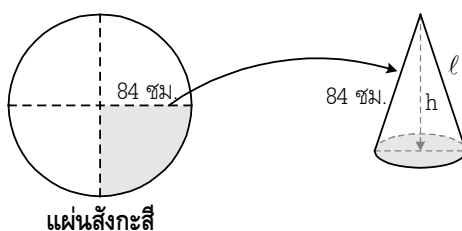
$$\approx 5,544$$

7. การนำแนวคิดเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรไปประยุกต์ใช้

หัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นถึงการนำความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติไปประยุกต์ใช้แก้อาชีพปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่างที่ 12 สังกะสีรูปวงกลมรัศมียาว 84 เซนติเมตร เมื่อนำมาแบ่งออกเป็นสี่ส่วนเท่าๆ กัน ตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วนำแต่ละส่วนไปทำกรวยตรง กรวยที่ทำขึ้นนี้จะมีปริมาตรอันละกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

แนวคิด



เมื่อนำสังกะสีรูปวงกลมรัศมียาว 84 เซนติเมตร แบ่งออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กันตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลางแล้วนำไปทำกรวยตรง กรวยตรงนั้นจะต้องมีสูงเอียง (ℓ) เป็น 84 เซนติเมตร และเส้นรอบวงที่ฐานของกรวยจะยาวเป็น $\frac{1}{4}$ ของความยาวของเส้นรอบวงของสังกะสีรูปวงกลม

หาความยาวของเส้นรอบวงที่ฐานของกรวยตรง

$$\begin{aligned}\text{ความยาวของเส้นรอบวงของวงกลม} &= 2\pi r \\ &\approx 2 \times \frac{22}{7} \times 84 \approx 528 \text{ เซนติเมตร}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ความยาวของเส้นรอบวงที่ฐานของกรวย} &\approx \frac{528}{4} \\ &\approx 132 \text{ เซนติเมตร}\end{aligned}$$

หารัศมีที่ฐานของกรวย

$$\begin{aligned}\text{ความยาวของเส้นรอบวงที่ฐานของกรวย} &= 2\pi r \\ 132 &\approx 2 \times \frac{22}{7} \times r \\ r &\approx \frac{132 \times 7}{2 \times 22} \approx 21 \text{ เซนติเมตร}\end{aligned}$$

หาความสูง (h) ของกรวยตรง

$$\begin{aligned}h^2 &\approx 84^2 - 21^2 \\ &\approx 7,056 - 441 \approx 6,615 \\ h &\approx 81.33\end{aligned}$$

หาปริมาตรของกรวย

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของกรวย} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &\approx \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 81.33 \\ &\approx 37,574.46\end{aligned}$$

กรวยตรงจะมีปริมาตรประมาณ 37,574.46 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 13 ปริมาตรของถังบรรจุน้ำมันรูปกรวยยอดตัด ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานเป็น 8 เมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางของหน้าตัดด้านบน 4 เมตร เท่ากับกี่บาร์เรล ถ้าความสูงของกรวยยอดตัดเป็น 3 เมตร และปริมาตร 1 บาร์เรล ≈ 159 ลิตร

แนวคิด

ต่อปลายด้านบนของกรวยยอดตัดให้บรรจบกันที่จุดยอด A

จากรูป AB และ AD เป็นสูงตรงของกรวยด้านบนและกรวยด้านล่าง

BC และ DE เป็นรัศมีของกรวยด้านบนและกรวยด้านล่าง

AC และ AE เป็นสูงเอียงของกรวยด้านบนและกรวยด้านล่าง

จากโจทย์ BC = 2 เมตร, BD = 3 เมตร, และ DE = 4 เมตร

เนื่องจาก

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{AD - 3}{AD} = \frac{2}{4}$$

$$2(AD - 3) = AD$$

$$\therefore AD = 6 \text{ เมตร}$$

และ

$$AB = 6 - 3 = 3 \text{ เมตร}$$

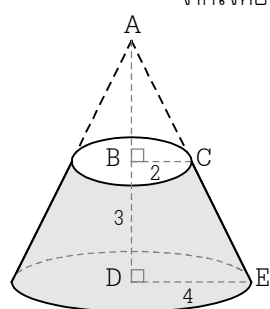
จากรูป ปริมาตรกรวยยอดตัด = ปริมาตรกรวยล่าง - ปริมาตรกรวยบน

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรกรวยยอดตัด} = \frac{1}{3}\pi(4)^2(6) - \frac{1}{3}\pi(2)^2(3)$$

$$= 88 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

$$\approx \frac{88 \times 10^3}{159} \text{ บาร์เรล}$$

$$\approx 553.46 \text{ บาร์เรล}$$



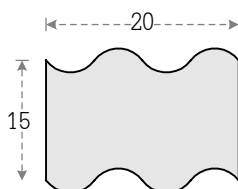
หมายเหตุ

$$\text{อาจหาปริมาตรกรวยยอดตัดจากสูตร } V = \frac{1}{3}h(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1A_2})$$

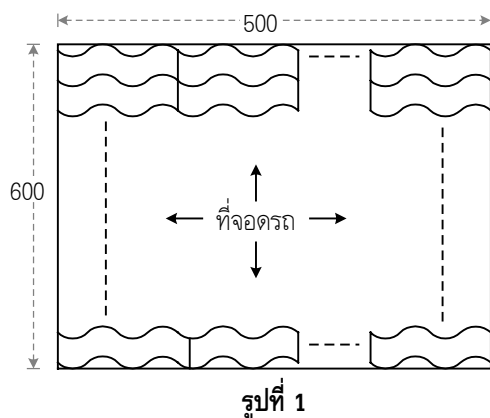
เมื่อ A_1 = พื้นที่หน้าตัดของฐาน, A_2 = พื้นที่หน้าตัดด้านบน, h = ส่วนสูงกรวยยอดตัด



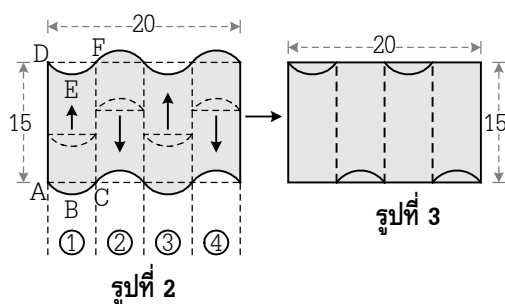
ตัวอย่างที่ 14 นริชาต้องการซื้อกระเบื้องมาปูพื้นบริเวณหน้าบ้านเพื่อใช้เป็นที่จอดรถในพื้นที่ขนาดกว้าง 5 เมตร ยาว 6 เมตร โดยกระเบื้องแต่ละแผ่นมีขนาดกว้าง 15 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร ลักษณะดังรูป ถ้ากระเบื้องราคาตารางเมตรละ 150 บาท อยากทราบว่านริชาจะต้องเตรียมเงินค่าซื้อกระเบื้องอย่างน้อยกี่บาท ในเมื่อการปูกระเบื้องครั้งนี้สามารถเรียงกระเบื้องชิดกันโดยรอยต่อมีช่องว่างน้อยที่สุด



แนวคิด



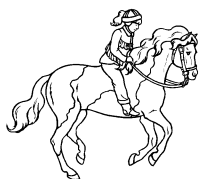
นำกระเบื้องหลายๆ แผ่นมาวางเรียงปิดพื้นที่ขนาด 5×6 เมตร (หรือ 500×600 ซม.) เพื่อไม่ให้เกิดช่องว่างและทับซ้อนกัน (เทสเซลเลชัน) ได้ดังรูปที่ 1 โดยจะเรียงได้ $\frac{500}{20} = 25$ แถว แถวละ $\frac{600}{15} = 40$ แผ่น ซึ่งต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อย $25 \times 40 = 1,000$ แผ่น



การทำพื้นที่ของกระเบื้องแต่ละแผ่นจะใช้แนวคิดของการเลื่อนขนาน ทั้งนี้โดยลากเส้นประแบ่งกระเบื้องตามความยาวออกเป็น 4 ส่วน ดังรูปที่ 2 ส่วนที่ ① เลื่อนเซกเมนต์ ABC ขึ้นไปปิดทับเซกเมนต์ DEF ส่วนที่ ③ ก็ดำเนินการเช่นเดียวกัน สำหรับส่วนที่ ② และ ④ ให้เลื่อนเซกเมนต์ลงมาปิดทับพื้นที่ว่างด้านล่าง จะได้ภาพจำลองของกระเบื้องแต่ละแผ่นเป็นดังรูปที่ 3 พื้นที่ของกระเบื้อง 1 แผ่น คือ $15 \times 20 = 300$ ตร.ซม.

รวม 1,000 แผ่น คิดเป็นพื้นที่ $\frac{1,000 \times 300}{100 \times 100} = 30$ ตร.ม.

$\therefore$ ค่าซื้อกระเบื้องอย่างน้อย $30 \times 150 = 4,500$ บาท





แบบฝึกหัด

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

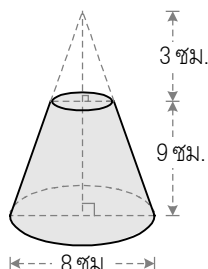
1. พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า วัดความยาวรอบฐานได้ 90 เซนติเมตร วัดสูงเอียงได้ 6 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวข้างเท่าใด
2. จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 50, 60 และ 70 เซนติเมตร สูง 25 เซนติเมตร
3. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีฐานยาวด้านละ 14 นิ้ว สูง 24 นิ้ว จงหา
 1. สูงเอียงของพีระมิด
 2. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด
 3. ปริมาตรของพีระมิด
4. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเส้นรอบฐานยาว 64 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด
5. จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ล้นยาว 13 เซนติเมตร
6. จงหาพื้นที่ผิวโค้งด้านนอกของทรงกระบอกสูง a หน่วย เส้นผ่านศูนย์กลางด้านในยาว b หน่วย เส้นผ่านศูนย์กลางด้านนอกยาว c หน่วย
7. ท่อน้ำ PVC มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 7 เซนติเมตร ถ้าน้ำไหลเต็มท่อได้เร็วนาทีละ 10 เซนติเมตร จงหาว่าในเวลา $\frac{1}{2}$ ชั่วโมง น้ำจะไหลออกมาได้ปริมาตรเท่าใด
8. วัตถุทรงกระบอกมีปริมาตร 1,078 ลูกบาศก์ฟุต มีพื้นที่ฐานเป็น 154 ตารางฟุต จงหา
 1. ความยาวของวัตถุทรงกระบอก
 2. พื้นที่ผิวข้างของวัตถุทรงกระบอก
9. กระป๋องนมโลหะทรงกระบอกสูง 5 เซนติเมตร รัศมีที่ฐานยาว 3.5 เซนติเมตร จะต้องใช้โลหะในการทำกระป๋องนมใบนี้โดยที่มีฝาปิดกระป๋องอย่างน้อยก็ตารางเซนติเมตร
10. ท่อน้ำคอนกรีตทรงกระบอกท่อนหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมผิวนอก 18 เซนติเมตร และหนา 4 เซนติเมตร ถ้าว่อน้ำยาว 1.50 เมตร จงหาปริมาตรของคอนกรีตของท่อน้ำท่อนนี้
11. กรวยสูง 28 นิ้ว สูงเอียงยาว 35 นิ้ว จงหา

1. รัศมีของฐานกรวย	2. ความยาวของเส้นรอบวงที่ฐานของกรวย
3. พื้นที่ผิวข้างของกรวย	4. ปริมาตรของกรวย
12. กรวยสูง 24 นิ้ว เส้นรอบวงที่ฐานกรวยยาว 44 นิ้ว จงหา

1. รัศมีของฐานกรวย	2. สูงเอียงของกรวย
3. พื้นที่ผิวข้างของกรวย	4. ปริมาตรของกรวย
13. จงหาสูงเอียงของกรวยซึ่งมีพื้นที่ผิว 3,256 ตารางเซนติเมตร และรัศมีของฐานกรวยยาว 14 เซนติเมตร



14. จากรูป จงหาปริมาตรของส่วนที่แรเงา



15. ถ้าต้องการใช้ดินน้ำมันปั้นเป็นรูปกรวยตันซึ่งมีรัศมี 3 นิ้ว และสูง 7 นิ้ว ต้องใช้ดินน้ำมันหนักเท่าใด ถ้าดินน้ำมัน 1 ลูกบาศก์นิ้ว หนัก 150 กรัม
16. ทรงกลมที่มีพื้นที่ผิวและปริมาตรเท่ากันจะมีรัศมียาวกี่หน่วย
17. จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม ซึ่งมีรัศมี 3.5 เซนติเมตร
18. จงหาพื้นที่ผิวของตะกั่วลูกทรงกลม ซึ่งมีปริมาตร $\frac{4}{3}\pi$ ลูกบาศก์หน่วย
19. ทรงกลมมีพื้นที่ผิว 24.64 ตารางหน่วย จะมีรัศมียาวเท่าใด
20. อ่างโลหะรูปครึ่งทรงกลมมีรัศมีภายใน 16 นิ้ว รัศมีภายนอก 18 นิ้ว จะต้องใช้วัสดุในการทำอ่างโลหะเท่าใด

2.

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- นำตะกั่วทรงกลมซึ่งมีรัศมียาว 12 เซนติเมตร มาหลอมทำเป็นทรงกลมเล็กๆ ที่มีรัศมียาว 4 เซนติเมตร จะได้ทรงกลมเล็กๆ กี่ลูก
- โลหะทรงกลมมีเส้นรอบรูปวงกลมใหญ่สุดบนผิวของทรงกลมยาว 6π นิ้ว จำนวน $\frac{21}{11}$ ลูก นำมาหลอมทำเป็นลูกเต๋าจะยาวด้านละกี่นิ้ว
- ทรงกลมตันสองลูกมีรัศมี 7 นิ้ว และ 14 นิ้ว นำมาหลอมทำเป็นทรงกลมรัศมี 1 นิ้ว จะได้กี่ลูก
- กล่องรูปลูกเต๋าสี่เหลี่ยม ยาวด้านละ 7 นิ้ว กับวัตถุทรงกลมสามลูก ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับความยาวของกล่องพอดี จะมีปริมาตรต่างกันกี่ลูกบาศก์นิ้ว
- วัตถุทรงกระบอกอันหนึ่งมีปริมาตร 1,078 ลูกบาศก์นิ้ว พื้นที่ฐานเป็น 154 ตารางนิ้ว วัตถุทรงกระบอกอันนี้มีพื้นที่ผิวข้างกี่ตารางนิ้ว
- ทรงกลมที่มีพื้นที่ผิว $\frac{88}{7}$ ตารางนิ้ว จะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์นิ้ว
- กล่องกระดาดรูปลูกเต๋ามีปริมาตร 36 ลูกบาศก์นิ้ว ภายในบรรจุพีระมิดที่มีฐานและความสูงเท่ากับกล่องพอดี พีระมิดนั้นจะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์นิ้ว
- ทรงกระบอกมีรัศมีและความสูงเท่ากับรัศมีและความสูงของทรงกลม จงหาว่าทรงกระบอกจะมีปริมาตรเป็นกี่เท่าของทรงกลม
- ขวดทรงกระบอกรัศมี 0.7 นิ้ว จะสูงกี่นิ้วจึงจะมีปริมาตรเท่ากับขวดทรงกระบอกที่มีรัศมี 1.4 นิ้ว และสูง 10 นิ้ว
- ถังทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 7 นิ้ว สูง 14 นิ้ว ใช้ภาชนะรูปครึ่งทรงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาวเท่ากัน ตักน้ำใส่ถึงอย่างน้อยกี่ครั้งจึงจะเต็ม

โปรดทราบ!

ตัวอย่างนี้จะโชว์เฉพาะหน้า 1-20 เท่านั้น
หากจะขอดูหนังสือทั้งเล่ม ต้องติดต่อที่
บัณฑิตแนะแนว (โทรศัพท์ 02-2794808)
หรือ ที่ร้านจำหน่ายหนังสือชั้นนำทั่วประเทศ



สำนักงานบัณฑิตแนะแนว 1033/4 ถ.พหลโยธิน สามเสนใน พญาไท กทม. 10400

เวลาทำงาน 08.00-17.00 น. Website : www.bunditnaenaew.com

ฝ่ายประชาสัมพันธ์ เปิดทุกวัน (จันทร์-อาทิตย์) โทรศัพท์ 02-2794808 แฟกซ์ 02-6171820

ตรงตามหลักสูตรใหม่

หนังสือชุด **TOP มัธยมต้น** เป็นหนังสือสรุปเนื้อหาสำคัญของหลักสูตร ม.1-ม.3 ในแต่ละวิชาของแต่ละระดับชั้น พร้อมแบบฝึกหัดท้ายบท เหมาะสำหรับนักเรียนใช้อ่านทบทวนความรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อผลการสอบที่ยอดเยี่ยม จัดพิมพ์ด้วยกระดาษปอนด์ สีขาวอย่างดี แยกเป็น 3 ชั้น ๆ ละ 5 วิชา รวม 15 เล่ม ดังนี้



● TOP ม.1, ม.2 และ ม.3 (ช่วงชั้นที่ 3)

แต่ละชั้นจัดพิมพ์แยกเป็น 5 เล่ม 5 วิชา คือ คณิตศาสตร์, วิทยาศาสตร์, ภาษาอังกฤษ, ภาษาไทย และสังคมศึกษา

ราคาเล่มละ 89 บาท

หนังสือชุด **TEST มัธยมต้น** เป็นหนังสือโจทย์แบบฝึกหัดเรียงตามบทเรียนแต่ละเรื่องของวิชานั้นๆ เหมาะสำหรับนักเรียนใช้ฝึกทำเพื่อทบทวนและพัฒนาความรู้ด้วยตัวเอง เพราะจะมีโจทย์ที่ออกครอบคลุมทุกเรื่อง-ทุกประเด็น ครบถ้วนและพลิกแพลง ตั้งแต่ง่ายไปหายาก พร้อมเฉลยอย่างละเอียด จัดพิมพ์ด้วยกระดาษปอนด์ สีขาวอย่างดี แยกเป็น 3 ชั้น ๆ ละ 5 วิชา รวม 15 เล่ม ดังนี้



● TEST ม.1, ม.2 และ ม.3 (ช่วงชั้นที่ 3)

แต่ละชั้นจัดพิมพ์แยกเป็น 5 เล่ม 5 วิชา คือ คณิตศาสตร์, วิทยาศาสตร์, ภาษาอังกฤษ, ภาษาไทย และสังคมศึกษา

ราคาเล่มละ 89 บาท

พลาดไม่ได้

คู่มือสอบ NT & O-NET

เพื่อเตรียมสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของแต่ละช่วงชั้น



ชั้น ป.3
ราคา 69 บาท



ชั้น ป.6
ราคา 79 บาท



ชั้น ม.3
ราคา 89 บาท

มีวางจำหน่ายที่ร้านหนังสือชั้นนำทั่วประเทศ หรือสั่งซื้อโดยตรงที่



บันทึกแนะแนว 1033/4 ถนนพหลโยธิน สามเสนใน พญาไท กทม. 10400
โทรศัพท์ 02-2794808 และ 02-6195844 แฟกซ์ 02-6171820



กว่า 20 ปี ในวงการศึกษากับ 4 ผลงานคุณภาพที่สร้างสรรค์เพื่อเยาวชนไทย

1 ศูนย์จัดสอบทางวิชาการ



จัดสอบด้วยข้อสอบมาตรฐานพร้อมกันทั่วประเทศ โดยแบ่งการสอบออกเป็น 3 กลุ่มตามระดับการศึกษา คือ PRE-ประถมศึกษา (ป.3-ป.6), PRE-ม.ต้น (ม.1-ม.3) และ PRE-ADMISSIONS (ม.4-ม.6) เพื่อให้นักเรียนทราบระดับความสามารถทางวิชาการของตนเอง จนใช้เป็นแนวทางในการเลือกสถานศึกษาต่อและอาชีพได้อย่างเหมาะสม

2 ศูนย์ผลิตตำราและสำนักพิมพ์



ผลิตและจำหน่ายหนังสือคู่มือประกอบการเรียนตั้งแต่ประถม-มัธยมปลาย ด้วยความโดดเด่นของเนื้อหาที่เข้าใจง่าย ตรงตามบทเรียน ทั้งเทอมต้น-เทอมปลาย เพิ่มศักยภาพในการเรียนสำหรับทุกช่วงชั้น

3 ศูนย์กวดวิชาแนวใหม่



รูปแบบใหม่ของการกวดวิชาเปิดสอนตั้งแต่ระดับประถม-ม.ปลาย ดำเนินการสอนโดยทีมอาจารย์ชั้นนำของประเทศที่มีเทคนิคการถ่ายทอดความรู้ให้เข้าใจง่าย เน้นให้นักเรียนสนุกกับการเรียน พร้อมกระบวนการสอบ เพื่อวัดความรู้ตลอดหลักสูตรและมีเจ้าหน้าที่แนะแนวคอยดูแลอย่างใกล้ชิด

4 ศูนย์บริการด้านแนะแนว



การริเริ่มและบุกเบิกงานแนะแนวที่เปิดให้บริการแก่โรงเรียน, ครู, ผู้ปกครอง และนักเรียนทั่วประเทศ กว่า 20 ปีที่ผ่านมาเป็นผลงานอีกด้านที่เราภูมิใจ ทั้งในเรื่องของการรวบรวมข้อมูล, ข่าวสาร และผลิตสื่อวัสดุต่างๆ ทางด้านแนะแนวออกเผยแพร่ รวมถึงการให้คำปรึกษาด้านแนะแนวฟรี

TOP ชั้น ม.3 วิชาคณิตศาสตร์

ISBN 974-9956-50-8



9 789749 956502

ราคา 89 บาท